**Παράδειγμα 1ο  άσκησης κινητικής:** Το διάγραμμα u-t μίας ευθύγραμμης κίνησης είναι το παρακάτω:

u (m/s)

Να περιγραφεί ποιοτικά η κίνηση

Δηλαδή, έχουμε ομαλά μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση θετική από 0 έως 2s έστω α1, ομαλά μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση αρνητική από 2s έως 5s έστω α2, και από 5s έως 10 s ομαλά μεταβαλλόμενη πάλι με αρνητική επιτάχυνση έστω α3. Η επιτάχυνση α3 είναι επίσης αρνητική αλλά διαφορετική από την α2. Το ότι αλλάζει κάθε φορά η επιτάχυνση, φαίνεται από τη γωνία που δημιουργείται στο διάγραμμα.

Επίσης από το διάγραμμα φαίνεται αμέσως πότε η ταχύτητα είναι θετική και πότε είναι αρνητική(είναι αρνητική όταν το ευθύγραμμο τμήμα του διαγράμματος βρίσκεται στο τεταρτημόριο που βρίσκεται το αρνητικό κομμάτι του άξονα της ταχύτητας). Οπότε συνδυάζουμε τα πρόσημα και καταλαβαίνουμε αν έχουμε επιβραδυνόμενη κίνηση ή επιταχυνόμενη. Δηλαδή, η ταχύτητα είναι θετική από 0 έως 7s και αρνητική από 7s έως 10s.

Άρα η κίνηση είναι: επιταχυνόμενη στο χρονικό διάστημα από 0s έως 2s( θετικό α και u), επιβραδυνόμενη στο 2-5s( αρνητική επιτάχυνση και θετική ταχύτητα), επιβραδυνόμενη και στο 5-7s ( αρνητική επιτάχυνση και θετική ταχύτητα, απλώς εδώ αλλάζει ο ρυθμός επιβράδυνσης, γιατί αλλάζει η επιτάχυνση) και επιταχυνόμενη στο χρονικό διάστημα από 7s-10s.( αρνητική επιτάχυνση και αρνητική ταχύτητα)

**Πώς δημιουργούμε διάγραμμα u-t για ευθύγραμμη κίνηση που είναι είτε ομαλή είτε ομαλά μεταβαλλόμενη; ( προφανώς σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα)**

Δημιουργούμε πίνακα τιμών με στήλες τις t( χρονικές στιγμές) και τις u( ταχύτητες).Στον πίνακα αυτόν εμφανίζουμε όλες τις χρονικές στιγμές που έχουμε κάποια αλλαγή στην κίνηση. Τοποθετούμε τα σημεία του πίνακα σε σύστημα u-t και συνδέουμε τα σημεία με ευθύγραμμα τμήματα.

**Παράδειγμα 2ο:**

Σε ευθύγραμμη κίνηση, έχουμε τα εξής στοιχεία:

Από χρονική στιγμή t=0s έως t=8s το κινητό εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση α1=-3m/s2.

Από τη στιγμή t=8s t=14s ομαλή κίνηση

Από τη στιγμή t=14s t=20s εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη με α2=2m/s2.

Από τη στιγμή t=20s έως t=25s , εκτελεί ομαλή κίνηση

Η ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή t=0 ισούται με: u0=5m/s

|  |  |
| --- | --- |
| t (s) | U (m/s) |
| 0 | 5 |
| 8 | U8=5+α1.(8-0)=-19 (τύπος της ταχύτητας στην Ο.Μ.Κ για χρονικό διάστημα από 0-8s |
| 14 | -19 (ομαλή από 8s-14s) |
| 20 | U20=-19+α2.(20-14)=-19+12=-7 |
| 25 | -7 |

**Πώς υπολογίζουμε τις μετατοπίσεις από διάγραμμα u-t :**

Για να υπολογίσουμε τις μετατοπίσεις του κινητού σε όποιο χρονικό διάστημα μου ζητηθεί, φέρνω κάθετες στον άξονα του χρόνου, στην αρχή και στο τέλος του χρονικού διαστήματος και σημειώνω το σχήμα που δημιουργείται από αυτές τις δύο γραμμές που έφερα, τον άξονα του χρόνου και το διάγραμμα που έχω. Το εμβαδόν αυτού του σχήματος ισούται με τη μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα. Φυσικά, η μονάδα είναι το μέτρο. Αν το σχήμα βρίσκεται στην θετική πλευρά του άξονα των ταχυτήτων, η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης είναι θετική , ενώ αν βρίσκεται στην αρνητική πλευρά, τότε η μετατόπιση έχει αρνητική αλγεβρική τιμή. Αν το σχήμα είναι πολύπλοκο, μπορώ να το διασπάσω σε απλούστερα για να μπορέσω να υπολογίσω τα εμβαδά, και τελικά τα προσθέτω αλγεβρικά τις μετατοπίσεις στα επιμέρους χρονικά διαστήματα για να υπολογίσω την μετατόπιση σε ολόκληρο το χρονικό διάστημα .

Αν όμως θέλω ολικό διάστημα, τότε προσθέτω τα μέτρα των εμβαδών των επι μέρους σχημάτων. Τα παίρνω όλα θετικά δηλαδή, ανεξάρτητα αν βρίσκονται στο θετικό ή στο αρνητικό τμήμα του άξονα των u.

**Παράδειγμα 3ο:** Στην προηγούμενη κίνηση, αν ζητούσαν α) τη μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα από t=0s έως t=5s και β) το διάστημα που διήνυσε στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Βλέπουμε ότι δημιουργούνται δύο τρίγωνα ,από τα οποία το πρώτο βρίσκεται στο θετικό μέρος του άξονα των ταχυτήτων και το δεύτερο στον αρνητικό. Και τελικά προσθέτουμε αλγεβρικά τα δύο εμβαδά, για να βρούμε την μετατόπιση στο χρονικό διάστημα από 0s έως 5 s.

Προφανώς, πρέπει να υπολογίσουμε το u5= 5+(-3)(5-0)=-10m/s για να βρούμε το ύψος του δεύτερου τριγώνου.

Επίσης πρέπει να βρούμε σε ποια χρονική στιγμή μηδενίζεται η ταχύτητα, για να υπολογίσουμε τις βάσεις των δύο τριγώνων.

Επομένως ρωτάμε: ποια χρονική στιγμή t η ταχύτητα ut γίνεται 0; Πάλι τον τύπο της ταχύτητας παίρνουμε αλλά εδώ άγνωστος είναι το t. Δηλαδή: ut=uA+α.(t-tΑ) , όπου ut=0 m/s, α=-3m/s2, uA=5m/s, tA=0s→ 0= 5 +(-3)(t-0

→0= 5-3.t→t=5/3 s

Οπότε Δx1= ½.(5/3).5= 25/6 m και Δx2=- ½.(6-5/3).10= -1/2.(18/3-5/3).10= -1/2.(13/3).10= -130/6 m και άρα:

Δx=Δx1+Δx2= 25/6-130/6=-17,5m

Για το διάστημα: Προσθέτω τα μέτρα των μετατοπίσεων: s=s1+s2=25/6+130/6=25,83 m

**ΠΩΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΑΛΓΕΒΡΙΚΑ ΤΙΣ ΜΕΤΑΤΟΠΊΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ**

Δx=uA.(tT-tA)+ 1/.α(tT-tA)2

Όπου, Δx= η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα από tA έως tT

uA= η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού ,στην αρχή του χρονικού διαστήματος

tA= η αρχική στιγμή του χρονικού διαστήματος, tT= η τελική στιγμή του χρονικού διαστήματος

α= η αλγεβρική τιμή της σταθερής επιτάχυνσης που έχει το κινητό σε αυτό το χρονικό διάστημα .

Αν η κίνηση δεν έχει πάντα την ίδια επιτάχυνση, πρέπει να χωρίσουμε σε χρονικά διαστήματα που έχουμε σταθερή επιτάχυνση, κάνουμε πίνακα τιμών :t-u- Δx, υπολογίζουμε τις επί μέρους μετατοπίσεις για τα χρονικά διαστήματα που η επιτάχυνση είναι σταθερή και προσθέτουμε αλγεβρικά τις μετατοπίσεις για να υπολογίσουμε την ολική μετατόπιση.

**Για το ολικό διάστημα, προσθέτουμε τα μέτρα των μετατοπίσεων. Προσοχή όμως! Πρέπει να υπολογίσουμε τις μετατοπίσεις στα χρονικά διαστήματα που η ταχύτητα έχει την ίδια φορά. Αλλιώς θα κάνουμε λάθος. Γ’αυτό, καλύτερα είναι να υπολογίζουμε το ολικό διάστημα με τα εμβαδά και όχι αλγεβρικά.**

**Παράδειγμα 4ο:** με τα δεδομένα του 2ου παραδείγματος , αν ζητούν τη μετατόπιση στο χρονικό διάστημα από t=0s έως t=25s, τότε:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t (s) | U (m/s) | α | Δx (m) |
| 0 | 5 |  |  |
| 8 | -19 ( το υπολογίσαμε με τον τύπο της ταχύτητας για Ο.Μ.Κ) | Από 0 έως 8s έχουμε α1 | Δx0→8 =5.(8-0)+1/2.(-3)(8-0)2=-56 |
| 14 | -19 | Από 8 έως 14 έχουμε u=σταθερή | Δx8→14 = -19.(14-8)=-114 |
| 20 | -7 (πάλι από τον τύπο της ταχύτητας στην Ο.Μ.Κ) | Από 14-20s έχουμε α2 | Δx14→20 = -19.(20-14)+1/2.2(20-14)2=-78 |
| 25 | -7 | Από 20 έως 25s u=σταθερή | Δx20→25 = (-7).(25-20)=-35 |

Προσθέτουμε αλγεβρικά τα Δx και έχουμε τη μετατόπιση από t=0s έως t=25s

Δx= -56+(-114)+(-78)+(-35)=-283m

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε αν υπολογίζαμε τα εμβαδά των σχημάτων που θα δημιουργούσαμε στο διάγραμμα και τα προσθέταμε αλγεβρικά.

Για το ολικό διάστημα, όμως θα κάναμε λάθος αν προσθέταμε τα μέτρα των επί μέρους μετατοπίσεων, γιατί στο χρονικό διάστημα από 0 έως 8s, έχουμε αλλαγή φοράς στην ταχύτητα. Οπότε, έπρεπε να υπολογίσουμε ξεχωριστά την μετατόπιση για το χρονικό διάστημα που η ταχύτητα είναι θετική, δηλαδή από 0 έως 5/3s ( στα 5/3 s η ταχύτητα μηδενίζεται) και από 5/3s έως 8s, όπου η ταχύτητα είναι πλέον αρνητική. Για τα υπόλοιπα χρονικά διαστήματα δεν έχουμε πρόβλημα, γιατί η ταχύτητα είναι συνέχεια αρνητική. Τότε θα είχαμε:

Δx1=5.(5/3-0) + 1/2.(-3).(5/3-0)2= 25/3-25/6= 25/6 m.

Δx2= ½(-3).(8-5/3)2=-361/6m

Δx3=- 114m

Δx4=-78 m

Δx5=-35m

Τώρα, αν προσθέσω τα μέτρα αυτών των μετατοπίσεων, θα βρώ το ολικό διάστημα:sολ=25/6+361/6+114+78+35=291,33m.

**Παράδειγμα 5ο**: Αν στα δεδομένα του 1ου παραδείγματος ζητούσαν τη μετατόπιση στο χρονικό διάστημα από t=5s έως t=9s, θα κατασκευάζαμε πίνακα τιμών από το διάγραμμα αλλά θα τοποθετούσαμε επίσης και τη χρονική στιγμή 9s, αφού αυτή είναι το τέλος του χρονικού διαστήματος στο οποίο πρέπει να υπολογίσω τη μετατόπιση .

Η στήλη α βοηθάει για να καταλάβω αν στο χρονικό διάστημα από 5 έως 9s έχω την ίδια επιτάχυνση και αν ναι, να την υπολογίσω, αφού μου χρειάζεται.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t (s) | U (m/s) | α (m/s2) | Δx (m) |
| 0 | 2 | Από 0 s έως 2 s έχουμε :α1 |  |
| 2 | 8 | Από 2s έως 5s έχουμε: α2 | Δx0→2= ; |
| 5 | 2 | Από 5s έως 10 s έχουμε :α3 | Δx2→5 = ; |
| 8 | -1 | α3= (-1-2)/(8-5)=-1 | Δx5→8 =; |
| 9 | u9 |  | Δx5→9 =u5.(9-5)+1/2.α3.(9-5)2= 2.4+1/2.(-1).42= 8-16/2=8-8=0 |
| 10 | -3 |  | Δx9→10  =; |

Μπορείτε να υπολογίσετε τις μετατοπίσεις στον πίνακα με τα ερωτηματικά;

Πόση είναι η ολική μετατόπιση στο χρονικό διάστημα από 0 s έως 10s;

**Ασκήσεις συνάντησης σωμάτων**

**Πότε συναντώνται δύο σώματα; Όταν βρίσκονται στην ίδια θέση, την ίδια χρονική στιγμή.**

**Παράδειγμα 6ο**:Ένα κινητό διέρχεται τη χρονική στιγμή t=0s , από τη θέση 0 ενός ευθύγραμμου δρόμου, με ταχύτητα u1A= 2m/s ( φορά θετική, προς τα δεξιά ) με σταθερή επιτάχυνση ίση με α1=-3/4 m/s2.(φορά αρνητική, προς τα αριστερά) . Ένα δεύτερο κινητό, διέρχεται από το σημείο 0 του δρόμου, με σταθερή ταχύτητα u2A=1m/s και φορά προς τα δεξιά, τη χρονική στιγμή t=2s.

Να βρεθεί η χρονική στιγμή της συνάντησης των δύο κινητών και η θέση στην οποία συναντώνται.

Έστω ότι η χρονική στιγμή της συνάντησης είναι η tΣ και η θέση συνάντησης xΣ.Τότε:

Για το πρώτο κινητό:Δx1=xT-x1A= u1A.(tΣ- t1Α )-1/2.(3/4.( (tΣ-0)2→ xT= u1A.tΣ-3/8. tΣ2→ xT= 2.tΣ-3/8. tΣ2 ( εξίσωση 1)

Για το δεύτερο κινητό: Δx2=xT-x2A= u2.(tT-t2A)→ xT-0= 1.(tT-2)→ xT= 1.tT-2→ ( εξίσωση 2)

Από εξισώσεις 1 και 2: 2.tΣ-3/8. tΣ2 =1.tT-2→3/8. tΣ2-tΣ-2 =0→tΣ= 4s (Λύνουμε την δευτεροβαθμια εξίσωση και φυσικά η αρνητική χρονική στιγμή απορρίπτεται)

Για να βρούμε τη θέση, τοποθετούμε σε μία από τις δύο εξισώσεις την τιμή της tΣ και υπολογίζουμε τη θέση της συνάντησης:έστω ότι διαλέγουμε την εξίσωση 2: xT= 1.tT-2→ xT=4-2=2m.

Άρα θα συναντηθούν στη θέση 2m , τη στιγμή 4s.